

# 基于广义导向矢量模型的 InSAR 干涉相位估计方法<sup>\*</sup>

李海<sup>\*\*</sup> 廖桂生

西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室, 西安 710071

**摘要** 提出了一种基于广义导向矢量模型的空间投影方法来估计 InSAR 干涉相位. 该方法构造最优联合观测矢量和广义导向矢量, 同时利用相邻像素的信息, 并采用空间投影技术, 具有自适应图像配准和降低相位噪声功能, 因而可以在 SAR 图像配准精度很差(可以允许达到一个分辨单元)的条件下准确地估计相应像素间的干涉相位. 实测数据及仿真数据的处理结果证明了此方法的有效性.

**关键词** 干涉合成孔径雷达 干涉相位 空间投影 配准误差 广义导向矢量

干涉合成孔径雷达(InSAR)是获取地面数字高程图(DEM)的重要遥感技术<sup>[1,2]</sup>. InSAR 技术中的两大关键处理步骤是 SAR 图像配准和干涉相位展开. 若图像配准的精度较差时, 将使后面的相位展开难以获得令人满意的结果. 因为传统的相位展开方法例如, 枝切法<sup>[3]</sup>、区域增长法<sup>[4]</sup>和 LS 算法<sup>[5]</sup>的性能受图像配准精度的影响很大, 都要求图像配准的精度达到 1/10—1/100 个分辨单元, 否则将会严重影响相位展开的性能. 然而, 对于相干性较低和不同几何形变的两幅图像, 精确配准会存在困难. 因此, 研究对图像配准误差具有强稳健的干涉相位估计方法, 具有重要的实用价值.

基于干涉图(interferogram)的干涉相位估计方法: 如均值滤波<sup>[6]</sup>, 中值滤波<sup>[7]</sup>和根据条纹走向的 Lee 自适应滤波算法<sup>[8]</sup>, 当由于图像配准误差而导致的干涉图质量较差时, 就难以再恢复出准确的真实干涉相位.

我们在文献[9, 10]中提出了一种基于联合子空间投影的干涉相位估计方法, 由于利用了相邻像素的相干信息和空间投影技术, 因而可以在存在配

准误差时获得满意的干涉相位估计结果. 但是由于联合观测矢量的维数较大(18×1 维), 因此估计协方差矩阵所需的独立同分布的样本数目较多, 当得不到足够多的独立同分布的样本时会影响此方法的性能. 本文提出一种基于广义导向矢量模型的空间投影方法来估计 InSAR 干涉相位, 基本思想如下: 首先, 对 SAR 图像进行粗略配准, 构造广义导向矢量和最优联合观测矢量, 用此观测矢量估计协方差矩阵和相关函数矩阵; 对协方差矩阵进行特征分解, 获得噪声子空间; 再利用包含干涉相位的信号子空间中的向量(由广义导向矢量和相关函数矩阵的大特征向量的 Hadamard 积所构成)向噪声子空间投影, 其投影的最小值所对应的干涉相位即为估计结果. 对于一对未精确配准的 SAR 图像, 通过本文方法的处理, 相当于将这对图像自适应精确配准, 从而得到精确的干涉相位图.

## 1 统计模型

假定 SAR 图像对已精确配准, 且已去平地相位, 对同一像素  $i$ (对应于同一地面单元), 两颗卫星

2006-12-04 收稿, 2007-04-16 收修稿

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(批准号: 60472097)

<sup>\*\*</sup> E-mail: elisha1976@163.com

©1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

阵列接收的复数据矢量  $s(i)$  可以写为下式<sup>[11]</sup>:

$$s(i) = [s_1(i), s_2(i)]^T = a(\varphi_i) \odot [x_1(i), x_2(i)]^T + n(i) = a(\varphi_i) \odot x(i) + n(i) \quad (1)$$

$$a(\varphi_i) = [1, e^{j\varphi_i}]^T \quad (2)$$

其中  $s_1$  和  $s_2$  分别为卫星 1 和卫星 2 所对应的复图像数据,  $a(\varphi_i)=[1, e^{j\varphi_i}]$  代表像素  $i$  到两卫星间的空间导向矢量(上标 T 表示转置),  $\varphi_i$  为像素对  $i$  的干涉相位,  $\odot$  为 Hadamard 积,  $x(i)$  为两卫星接收的像素  $i$  的复后向散射系数矢量(不包含两者的波程差),  $n(i)$  为加性热噪声.  $s(i)$  可看作一个联合复 Gauss 随机矢量, 其协方差矩阵  $C_s(i)$  由下式给出:

$$C_s(i) = E\{s(i)s^H(i)\} = a(\varphi_i)a^H(\varphi_i) \odot E\{x(i)x^H(i)\} + \sigma_n^2 I = a(\varphi_i)a^H(\varphi_i) \odot R_s(i) + \sigma_n^2 I \quad (3)$$

$$R_s(i) = \begin{bmatrix} \sigma_{s1}^2(i)r_{11}(i,i), \sigma_{s1}(i)\sigma_{s2}(i)r_{12}(i,i) \\ \sigma_{s2}(i)\sigma_{s1}(i)r_{21}(i,i), \sigma_{s2}^2(i)r_{22}(i,i) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中  $R_s(i)$  称为像素  $i$  的相关函数矩阵,  $r_{mn}(i, i)$  ( $0 \leq r_{mn}(i, i) \leq 1, n=1, 2, m=1, 2$ ) 表示两天线  $m$  和  $n$  接收的该像素回波之间的相干系数,  $E\{\}$  表示统计平均, 上标 H 表示共轭转置,  $\sigma_{s1}^2(i), \sigma_{s2}^2(i)$  表示两天线 1 和 2 接收的像素  $i$  的回波功率,  $\sigma_n^2$  表示噪声功率. 为了简化公式表达, 将下文的所有公式右边标识像素的符号  $i$  省略.

当两幅图像精确配准且相干系数足够高时, (4)式中矩阵  $R_s(i)$  的两个特征值会明显分离(即大、小两个特征值相差很大),  $C_s(i)$  的特征值亦分离, 此时  $C_s(i)$  的特征值分解如下:

$$C_s(i) = (\lambda_{s1} + \sigma_n^2)(a(\varphi_i) \odot \beta_{s1}) \cdot (a(\varphi_i) \odot \beta_{s1})^H + \sigma_n^2 \beta_n \beta_n^H \quad (5)$$

其中  $\beta_{s1}$  为  $R_s(i)$  的大特征值  $\lambda_{s1}$  所对应的特征矢量,  $\beta_n$  为  $C_s(i)$  的噪声特征矢量. 可见,  $(a(\varphi_i) \odot \beta_{s1})$  位于  $C_s(i)$  的信号子空间,  $\beta_n$  位于  $C_s(i)$  的噪声子空间, 并且向量  $\beta_n$  正交于  $(a(\varphi_i) \odot \beta_{s1})$ .

随着配准误差的增加, 会使  $C_s(i)$  的大小特征值逐渐接近(噪声特征值增大), 即信号分量向噪声

空间扩散, 当图像配准误差达到一个像素时, 信号分量将占满整个二维空间(此时噪声特征值与大特征值接近),  $R_s(i)$  的秩变为 2, 将不再有噪声空间. 由图 1 的仿真结果也可证明这一点.

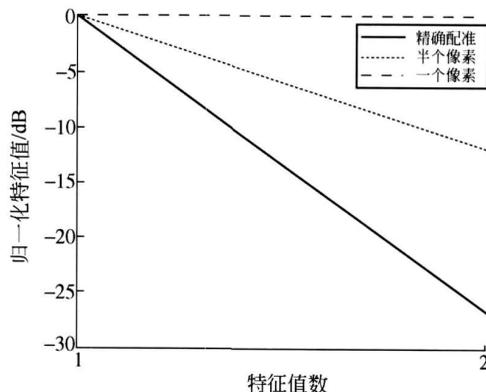


图 1 协方差矩阵的特征值分布随图像配准误差的变化

为了能在存在配准误差时, 得到准确的干涉相位估计结果, 本文提出一种基于广义导向矢量模型的空间投影方法估计干涉相位. 为了讨论方便, 我们先讨论比较简单情况, 即只在一个方向上(距离向或方位向)存在配准误差. 当配准误差为  $\mu$  ( $0 < \mu < 1$ ) 像素, 且方向为垂直向上(即卫星 2 中的像素相对于卫星 1 中的像素向上偏移)时的联合观测矢量  $si(i)$  的构造方法如图 2 所示(一个圆环代表一个 SAR 像素). 我们称此时的观测矢量为最优联合观测矢量.

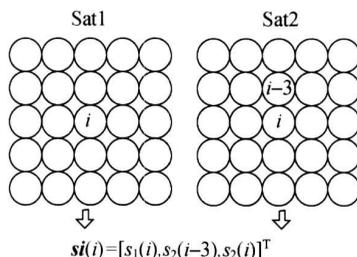


图 2 联合观测矢量构造方法  
图中水平方向为距离向, 垂直方向为方位向

联合观测矢量  $si(i)$  的协方差矩阵  $C_s(i)$ , 可写为下式:

$$C_{si} = E\{s_i(i)s_i^H(i)\} = E\{[s_1(i), s_2(i-3), s_2(i)]^T [s_1(i), s_2(i-3), s_2(i)]^* \} =$$

$$\begin{bmatrix} E\{s_1(i)s_1^*(i)\}, & E\{s_1(i)s_2^*(i-3)\} & E\{s_1(i)s_2^*(i)\} \\ E\{s_2(i-3)s_1^*(i)\}, & E\{s_2(i-3)s_2^*(i-3)\}, & E\{s_2(i-3)s_2^*(i)\} \\ E\{s_2(i)s_1^*(i)\}, & E\{s_2(i)s_2^*(i-3)\}, & E\{s_2(i)s_2^*(i)\} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{s1}^2(i)r_{11}(i, i), & \alpha_1(i)\alpha_2(i-3)r_{12}(i, i-3)e^{-j\varphi_i}, & \alpha_1(i)\alpha_2(i)r_{12}(i, i)e^{-j\varphi_i} \\ \alpha_2(i-3)\alpha_1(i)r_{21}(i-3, i)e^{j\varphi_i} & \sigma_{s2}^2(i-3)r_{22}(i-3, i-3), & \alpha_2(i-3)\alpha_2(i)r_{22}(i-3, i) \\ \alpha_2(i)\alpha_1(i)r_{21}(i, i)e^{j\varphi_i} & \alpha_2(i)\alpha_2(i-3)r_{22}(i, i-3), & \sigma_{s2}^2(i)r_{22}(i, i) \end{bmatrix} + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \quad (6)$$

$$a_i(\varphi_i) a_i^H(\varphi_i) \odot R_{si}(i) + \sigma_n^2 \mathbf{I} =$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{s1}^2(i)r_{11}(i, i), & \alpha_1(i)\alpha_2(i-3)r_{12}(i, i-3), & \alpha_1(i)\alpha_2(i)r_{12}(i, i) \\ \alpha_2(i-3)\alpha_1(i)r_{21}(i-3, i), & \sigma_{s2}^2(i-3)r_{22}(i-3, i-3), & \alpha_2(i-3)\alpha_2(i)r_{22}(i-3, i) \\ \alpha_2(i)\alpha_1(i)r_{21}(i, i), & \alpha_2(i)\alpha_2(i-3)r_{22}(i, i-3), & \sigma_{s2}^2(i)r_{22}(i, i) \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中  $a_i(\varphi_i) = [1, e^{j\varphi_i}, e^{j\varphi_i}]^T$  称为像素  $i$  的广义导向矢量,  $R_{si}(i)$  为同一像素所对应的联合相关函数矩阵, 其中  $*$  表示共轭操作.

此时  $C_{si}(i)$  的特征值分解如下:

$$C_{si}(i) = a_i(\varphi_i) a_i^H(\varphi_i) \odot R_{si}(i) + \sigma_n^2 \mathbf{I} EVD$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_{csi}^{(k)} \beta_{\sigma_i}^{(k)} \beta_{\sigma_i}^{(k)H} + \sum_{l=1}^{3-K} \sigma_{nl}^2 \beta_{nsi}^{(l)} \beta_{nsi}^{(l)H} =$$

$$\sum_{k=1}^K (\lambda_{rsi}^{(k)} + \sigma_n^2) (a_i(\varphi_i) \odot \beta_{rsi}^{(k)} (a_i(\varphi_i) \odot \beta_{rsi}^{(k)})^H +$$

$$\sum_{l=1}^{3-K} \sigma_{nl}^2 \beta_{nsi}^{(l)} \beta_{nsi}^{(l)H} \quad (8)$$

其中  $K$  为  $C_{si}(i)$  (维数为  $3 \times 3$ ) 的大特征值数,  $\beta_{csi}^{(k)} (k=1, 2, \dots, K)$  为  $C_{si}(i)$  的大特征值  $\lambda_{csi}^{(k)} (k=1, 2, \dots, K)$  所对应的特征矢量,  $\beta_{rsi}^{(k)} (k=1, 2, \dots, K)$  为  $R_{si}(i)$  的大特征值  $\lambda_{rsi}^{(k)} (k=1, 2, \dots, K)$  所对应的特征矢量,  $\beta_{nsi}^{(l)} (l=1, 2, \dots, 3-K)$  为  $C_{si}(i)$  的噪声特征值  $\sigma_{nl}^2$  所对应的噪声特征矢量. 由上式可知,  $a_i(\varphi_i) \odot \beta_{rsi}^{(k)} (k=1, 2 \dots K)$  位于  $C_{si}(i)$  的信号子空间,  $\beta_{nsi}^{(l)} (l=1, 2, \dots, 3-K)$  位于  $C_{si}(i)$  的噪声子空间, 且信号子空间正交于噪声子空间.

下面讨论不同配准误差时,  $C_{si}(i)$  的信号子空间和噪声子空间的变化, 即特征谱的变化.

当配准误差为  $\mu (0 < \mu < 1)$  像素, 且方向为垂

直向上 (即卫星 2 中的像素相对于卫星 1 中的像素向上偏移) 时的最优联合观测矢量  $s_i(i)$  的构造方法如图 3 (a) 所示 (一个圆环代表一个 SAR 像素).

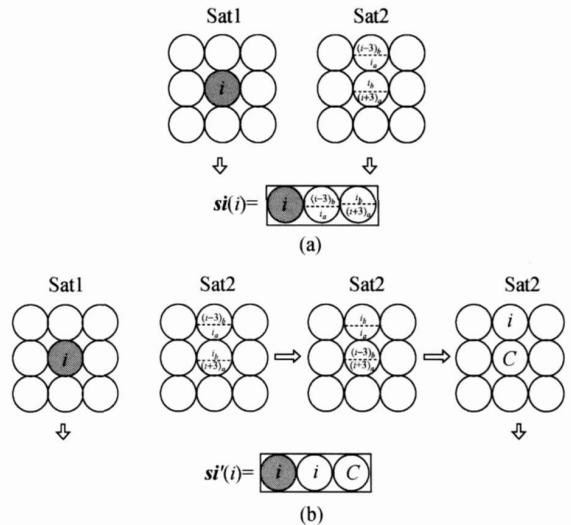


图 3 图像配准误差为  $\mu$  个像素时的联合观测矢量

如图 3 (b) 所示, 我们可将  $s_i(i)$  中的元素 (像素) 重排成  $s_i'(i)^9$ :

$$s_i'(i) = [s_1(i), s_2(i), s_2(C)]^T \quad (9)$$

其协方差矩阵可表示为下式:

$$\begin{aligned}
 C_{s'}(i) &= E\{s_i'(i)s_i'(i)^H\} = \\
 & ai(\varphi_i)ai^H(\varphi_i) \odot R_{s'}(i) + \sigma_n^2 I = \\
 & ai(\varphi_i)ai^H(\varphi_i) \odot \begin{bmatrix} E\{s_1(i)s_1^*(i)\}, & E\{s_1(i)s_2^*(i)\}, & E\{s_1(i)s_2^*(C)\} \\ E\{s_2(i)s_1^*(i)\}, & E\{s_2(i)s_2^*(i)\}, & E\{s_2(i)s_2^*(C)\} \\ E\{s_2(C)s_1^*(i)\}, & E\{s_2(C)s_2^*(i)\}, & E\{s_2(C)s_2^*(C)\} \end{bmatrix} + \sigma_n^2 I = \quad (10) \\
 & ai(\varphi_i)ai^H(\varphi_i) \odot \begin{bmatrix} E\{s_1(i)s_1^*(i)\}, & E\{s_1(i)s_2^*(i)\}, & 0 \\ E\{s_2(i)s_1^*(i)\}, & E\{s_2(i)s_2^*(i)\}, & 0 \\ 0, & 0, & E\{s_2(C)s_2^*(C)\} \end{bmatrix} + \sigma_n^2 I = \\
 & ai(\varphi_i)ai^H(\varphi_i) \odot \begin{bmatrix} R_s(i) & 0 \\ 0 & \sigma_s^2(C) \end{bmatrix} + \sigma_n^2 I
 \end{aligned}$$

由文献 9] 的分析可知,  $R_{s'}(i)$  的大特征值为 2, 因此协方差矩阵  $C_{s'}(i)$  的噪声子空间维数为 1. 又因为协方差矩阵的特征谱(即特征值的分布)与观测向量中元素的排列无关<sup>[9]</sup>, 因此协方差矩阵  $C_{s'}(i)$  的噪声子空间维数为 1, 即(8)式中的  $K$  取值为 2.

下面讨论更一般的情况, 即在距离向和方位向都存在配准误差的情况. 当方位向配准误差为  $\mu(0 < \mu < 1)$  像素, 且方向为垂直向上(即卫星 2 中的像素相对于卫星 1 中的像素向上偏移), 距离向配准误差为  $\eta(0 < \eta < 1)$  像素, 且方向为水平向右(即卫星 2 中的像素相对于卫星 1 中的像素向右偏移)时的联合观测向量构造方法如图 4 所示(一个圆环代表一个 SAR 像素). 我们称此时的观测向量为最优联合观测向量.

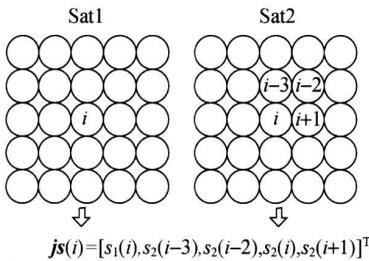


图 4 距离向和方位向都存在配准误差时的联合观测向量构造方法

其协方差矩阵可写为下式:

$$\begin{aligned}
 C_{j_s}(i) &= E\{j_s(i)j_s^H(i)\} = \\
 & E\{[s_1(i), s_2(i-3), s_2(i-2), s_2(i), s_2(i+1)]^T \cdot \\
 & [s_1(i), s_2(i-3), s_2(i-2), s_2(i), s_2(i+1)]^* \} = \\
 & ja(\varphi_i)ja^H(\varphi_i) \odot R_{j_s}(i) + \sigma_n^2 I \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中  $ja(\varphi_i) = [1, e^{j\varphi_i}, e^{j\varphi_i}, e^{j\varphi_i}, e^{j\varphi_i}]^T$  称为像素  $i$  的广义导向矢量,  $R_{j_s}(i)$  为同一像素所对应的联合相关函数矩阵.

此时  $C_{j_s}(i)$  的特征值分解如下:

$$\begin{aligned}
 C_{j_s}(i) &= ja(\varphi_i)ja^H(\varphi_i) \odot R_{j_s}(i) + \sigma_n^2 I \stackrel{EVD}{=} \\
 & \sum_{k=1}^K \lambda_{j_s}^{(k)} \beta_{j_s}^{(k)} \beta_{j_s}^{(k)H} + \sum_{l=1}^{5-K} \sigma_n^2 \beta_{j_s}^{(l)} \beta_{j_s}^{(l)H} = \quad (12) \\
 & \sum_{k=1}^K (\lambda_{j_s}^{(k)} + \sigma_n^2) (ja(\varphi_i) \odot \beta_{j_s}^{(k)} (ja(\varphi_i) \odot \beta_{j_s}^{(k)})^H + \\
 & \sum_{l=1}^{5-K} \sigma_n^2 \beta_{j_s}^{(l)} \beta_{j_s}^{(l)H}
 \end{aligned}$$

其中  $K$  为  $C_{j_s}(i)$  (维数为  $5 \times 5$ ) 的大特征值数,  $\beta_{j_s}^{(k)} (k=1, 2, \dots, K)$  为  $C_{j_s}(i)$  的大特征值  $\lambda_{j_s}^{(k)} (k=1, 2, \dots, K)$  所对应的特征矢量,  $\beta_{j_s}^{(k)} (k=1, 2, \dots, K)$  为  $R_{j_s}(i)$  的大特征值  $\lambda_{j_s}^{(k)} (k=1, 2, \dots, K)$  所对应的特征矢量,  $\beta_{j_s}^{(l)} (l=1, 2, \dots, 5-K)$  为  $C_{j_s}(i)$  的噪声特征值  $\sigma_n^2$  所对应的噪声特征矢量. 由上式可知,  $ja(\varphi_i) \odot \beta_{j_s}^{(k)} (k=1, 2 \dots K)$  位于  $C_{j_s}(i)$  的信号子空间,  $\beta_{j_s}^{(l)} (l=1, 2, \dots, 5-K)$  位于  $C_{j_s}(i)$  的噪声子空间, 且信号子空间正交于噪声子空间. 用和前面类似的分析方法可知, 此时  $K$  取值为 4, 即  $C_{j_s}(i)$  的噪声子空间维数为 1.

由上面的推导结果可以看出, 在任意的配准误差情况下, 当采用最优联合观测向量估计协方差矩阵时, 协方差矩阵的噪声子空间维数均为 1.

下面讨论如何确定最优联合观测向量.

在粗配准条件下, 我们利用求噪声子空间维数的方法来确定最优联合观测向量.

如图 5 所示, 我们分别构造如下所示联合观测矢量:

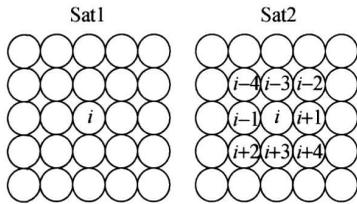


图 5 确定最优联合观测矢量示意图

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{js}_1(i) &= [s_1(i), s_2(i-4), s_2(i-3), \\ &\quad s_2(i-1), s_2(i)]^T \\ \mathbf{js}_2(i) &= [s_1(i), s_2(i-3), s_2(i-2), \\ &\quad s_2(i), s_2(i+1)]^T \\ \mathbf{js}_3(i) &= [s_1(i), s_2(i-1), s_2(i), \\ &\quad s_2(i+2), s_2(i+3)]^T \\ \mathbf{js}_4(i) &= [s_1(i), s_2(i), s_2(i+1), \\ &\quad s_2(i+3), s_2(i+4)]^T \end{aligned} \right. \quad (13)$$

分别估计联合观测矢量  $\mathbf{js}_a(i) (a=1, 2, 3, 4)$  所对应的协方差矩阵  $\mathbf{C}_{\mathbf{js}_a}(i) (a=1, 2, 3, 4)$ , 由前面的分析可知, 噪声子空间维数为 1 的协方差矩阵所对应的观测矢量为最优联合观测矢量。

为了得到协方差矩阵  $\mathbf{C}_{\mathbf{js}}(i)$ , 也要用样本平均。即将图 4 中的像素  $i$  作左、右和上、下移动, 以得到估计  $\mathbf{C}_{\mathbf{js}}(i)$  所需的一组观测矢量样本。应当指出, 由于所处理的相邻像素区域已去平地相位, 则不同位置处的空间导向矢量是相同的(当地形比较陡峭时, 我们可用文献[10]的方法对所处理的区域进行补偿, 使得不同位置处的空间导向矢量相同), 而且各像素的复反射系数相互独立, 因此这些样本可以看作是独立同分布的。

## 2 处理步骤

### 第一步, 图像粗配准

所有卫星接收的回波数据分别经过 SAR 成像处理后, 再利用传统的相关法进行图像配准处理<sup>[1,2]</sup>。在此步骤中, 我们不要求像传统的干涉相位估计方法<sup>[6-8]</sup>那样要求图像配准的精度必须达到亚像素级(1/10 到 1/100 像素), 我们只要求图像配准精度达到像素级(允许达到一个分辨单元)就够了。

因此大大减轻了图像配准的难度。

### 第二步, 确定最优联合观测矢量

我们利用求噪声子空间维数的方法来确定最优联合观测矢量。

如图 5 所示, 我们分别构造如(13)式所示联合观测矢量  $\mathbf{js}_a(i) (a=1, 2, 3, 4)$ , 并估计相应的联合协方差矩阵  $\mathbf{C}_{\mathbf{js}_a}(i) (a=1, 2, 3, 4)$ 。(11)式的统计协方差矩阵在实际中一般用样本协方差矩阵进行估计, 我们可以从相邻(包括距离向和方位向)的像素中获得独立同分布的样本。样本协方差矩阵

$\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{js}_a}(i) (a=1, 2, 3, 4)$ 由下式进行估计:

$$\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{js}_a}(i) = \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^K \mathbf{js}_a(i+k) \mathbf{js}_a^H(i+k) \quad (14)$$

式中  $2K+1$  为从相邻像素中获得的独立同分布样本数。对协方差矩阵  $\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{js}_a}(i) (a=1, 2, 3, 4)$ 进行特征分解, 噪声子空间维数为 1 的协方差矩阵所对应的观测矢量为最优联合观测矢量, 记为  $\mathbf{js}_{opt}(i) = [s_1(i), s_2(m_1), s_2(m_2), s_2(m_3), s_2(m_4)]^T$  (此时的最优联合观测矢量必为联合观测矢量  $\mathbf{js}_a(i) (a=1, 2, 3, 4)$  中的一个)。

### 第三步, 估计联合协方差矩阵

用上面确定的最优联合观测矢量来估计联合协方差矩阵, 如下式所示:

$$\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{js}_{opt}}(i) = \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^K \mathbf{js}_{opt}(i+k) \mathbf{js}_{opt}^H(i+k) \quad (15)$$

### 第四步, 特征分解和计算联合相关函数矩阵

由前面的分析可知, 联合协方差矩阵  $\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{js}_{opt}}(i)$  (维数为  $5 \times 5$ ) 的特征分解有如下特点: 特征值  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4 \gg \lambda_5$ ,  $\hat{\beta}_{nj/s}^{(5)}$  为小特征值所对应的特征矢量,  $N_c = [\hat{\beta}_{nj/s}^{(5)}]$  构成  $\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{js}_{opt}}(i)$  的噪声子空间。

联合相关函数矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_{js}(i)$  可用下式进行计算:

$$\hat{\mathbf{R}}_{js}(i) = |\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{js}_{opt}}(i) - \hat{\sigma}_n^2 \mathbf{I}| = |\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{js}_{opt}}(i) - \lambda_5 \mathbf{I}| \quad (16)$$

对  $\hat{R}_{js}(i)$  进行特征值分解来获得大特征值矢量

$\hat{\beta}_{rjs}^{(k)} (k=1, 2, 3, 4)$ . 由前面的分析可知,  $\mathbf{ja}(\varphi_i)$

$\odot \hat{\beta}_{rjs}^{(k)} (k=1, 2, 3, 4)$  位于  $\hat{C}_{js_{opt}}(i)$  的信号子空间.

第五步, 噪声子空间投影

前面提到,  $\hat{C}_{js_{opt}}(i)$  的信号子空间正交于其噪声

子空间, 因此, 向量  $\mathbf{ja}(\varphi_i) \odot \hat{\beta}_{rjs}^{(1)}$  和  $\hat{\beta}_{rjs}^{(5)}$  正交, 据此可以来估计干涉相位  $\varphi_i$ , 其代价函数为

$$J_c = (\mathbf{ja}(\varphi_i) \odot \hat{\beta}_{rjs}^{(1)})^H \hat{\beta}_{rjs}^{(5)} \hat{\beta}_{rjs}^{(5)H} (\mathbf{ja}(\varphi_i) \odot \hat{\beta}_{rjs}^{(1)}) \quad (17)$$

上面的代价函数达到最小值时所对应的干涉相位  $\varphi_i$  即为最优估计.

对 SAR 图像中的每一像素分别执行上述五步操作, 就可以精确地恢复出真实地形的干涉相位图 (Interferogram).

### 3 处理性能的实验验证

本节利用仿真数据和实测数据来验证本文方法.

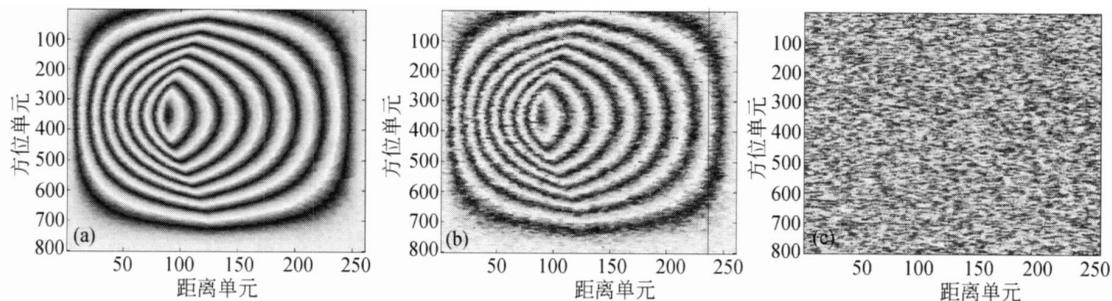


图 6 不同配准误差采用中值滤波的处理结果

(a) 精确配准; (b) 配准误差为 0.5 个像素; (c) 配准误差为 1 个像素

图 7 为在不同配准误差的情况下采用均值滤波的处理结果: 其中图 7(a)–(c) 分别对应精确配准、配准误差为 0.5, 1 像素时采用均值滤波的处理结果. 由图中可见, 均值滤波的方法受图像配准误差的影响很大, 配准误差越大, 滤波效果越差, 当配准误差达到 1 个像素时, 已经无法得到干涉条纹.

图 8 为在不同配准误差的情况下采用本文方法的处理结果: 其中图 8(a)–(c) 分别对应精确配准、配准误差为 0.5, 1 像素时采用本文方法的处理结果. 由图中可见本文方法对配准误差的稳健性, 即

我们先用仿真数据来验证本文方法对图像配准误差的稳健性. 仿真数据描述: 假定 3 颗卫星按 Cartwheel 构形进行编队飞行<sup>[12]</sup>, 我们选择其中某一轨道时刻的两颗卫星位置进行仿真, 对应的有效垂直基线为 281.46 m, 卫星高度 750 km, 下视角 45°, 利用一幅实测 SAR 图像 (图像分辨率为 3 m × 3 m) 作为地面场景背景来产生每一个 SAR 像素的回波功率, 并利用二维 hanning 窗来模拟高程地形, 生成一对 InSAR 图像. SAR 图像中的信噪比 (SNR) 为 23 dB. 相干系数由垂直基线长度、局部地形坡度和 SNR 决定<sup>[2]</sup>. 2 颗卫星接收的 SAR 图像数据按统计模型产生<sup>[13]</sup>.

图 6 为在不同配准误差的情况下采用中值滤波的处理结果: 其中图 6(a)–(c) 分别对应精确配准、配准误差为 0.5, 1 像素时采用中值滤波的处理结果. 从图中可见, 中值滤波的方法受图像配准误差的影响很大, 配准误差越大, 滤波效果越差, 当配准误差达到 1 个像素时, 已经无法得到干涉条纹.

使配准误差达到 1 个像素, 仍能获得几乎和精确配准一样的处理结果.

图 9 为只在一个方向上 (距离向或方位向) 存在配准误差时, 不同估计方法的干涉相位估计结果的均方差随配准误差的变化情况 (其中右图为左图放大后的结果).

图 10 为在两个方向上 (距离向和方位向) 存在配准误差时, 不同估计方法的干涉相位估计结果的均方差随配准误差的变化情况 (其中右图为左图放大后的结果).

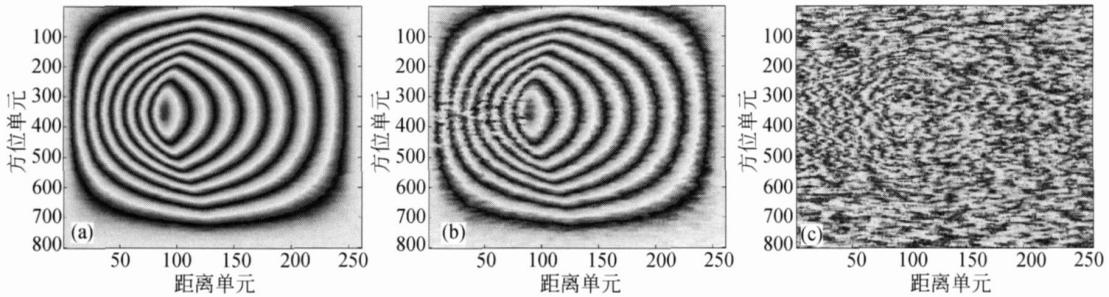


图 7 不同配准误差采用均值滤波的处理结果  
(a) 精确配准; (b) 配准误差为 0.5 个像素; (c) 配准误差为 1 个像素

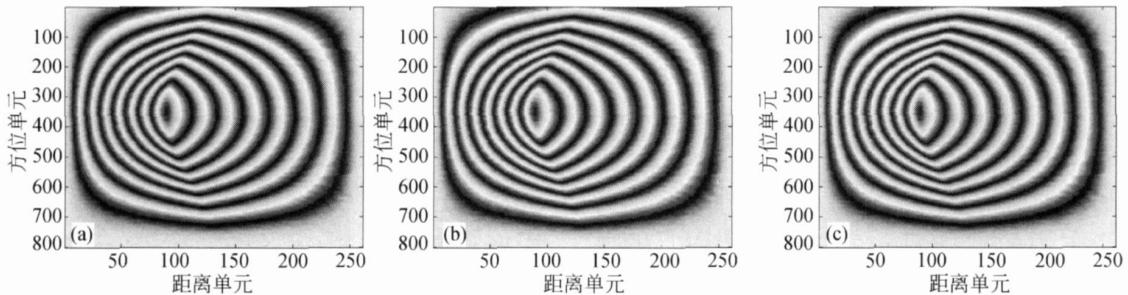


图 8 不同配准误差采用本文方法的处理结果  
(a) 精确配准; (b) 配准误差为 0.5 个像素; (c) 配准误差为 1 个像素

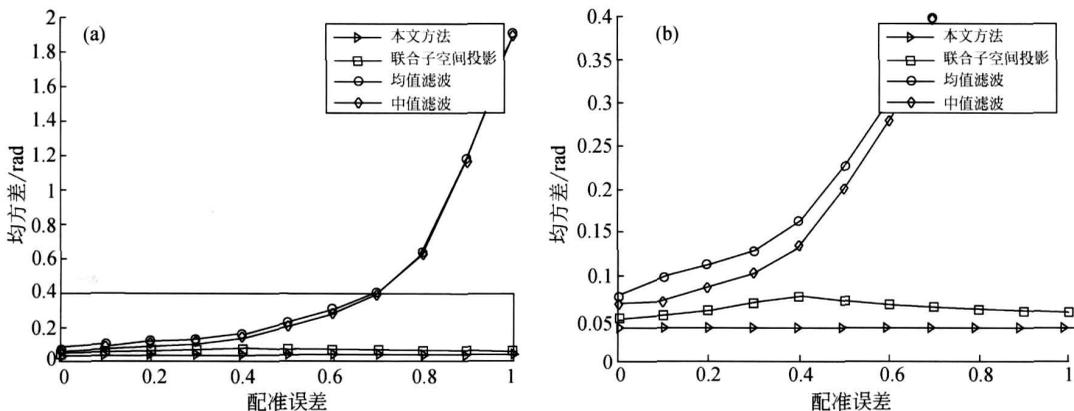


图 9 干涉相位估计结果的均方根误差随配准误差的变化  
(b) 为 (a) 图局部放大部分

下面利用实测数据来验证本文方法的处理性能。实测数据描述：我们所用的实测数据为 SIR-C/X-SAR 航天飞机雷达中的 X-SAR 录取的一组数据(意大利的 Etna 火山口)和 ERS1/2 录取的数据(河北张义地区)。

11(a)为图像经过粗配准后生成的干涉条纹, 图 11 (b)为利用本文方法估计的干涉条纹。

图 12 为 ERS1/2 数据的处理结果: 图 12(a)为图像经过粗配准后生成的干涉条纹, 图 12 (b)为利用本文方法估计的干涉条纹。

图 11 为 SIR-C/X-SAR 数据的处理结果: 图

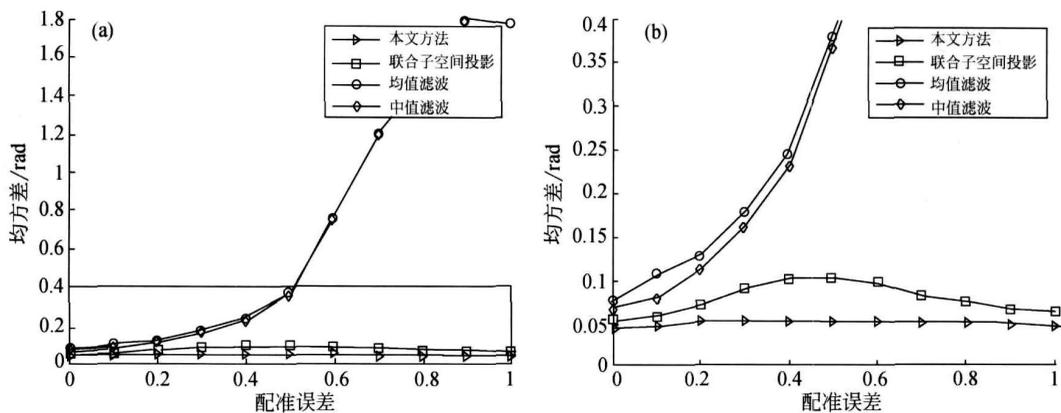


图 10 干涉相位估计结果的均方差随配准误差的变化  
(b)为(a)图局部放大部分

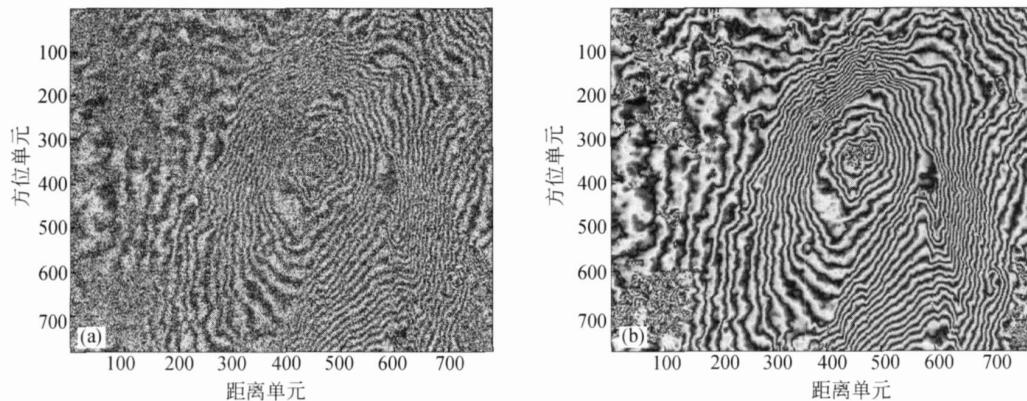


图 11 SIR-C/XSAR 实测数据的处理结果(意大利的 Etna 火山口)  
(a) 直接计算的干涉相位图; (b) 本文方法估计的干涉相位图

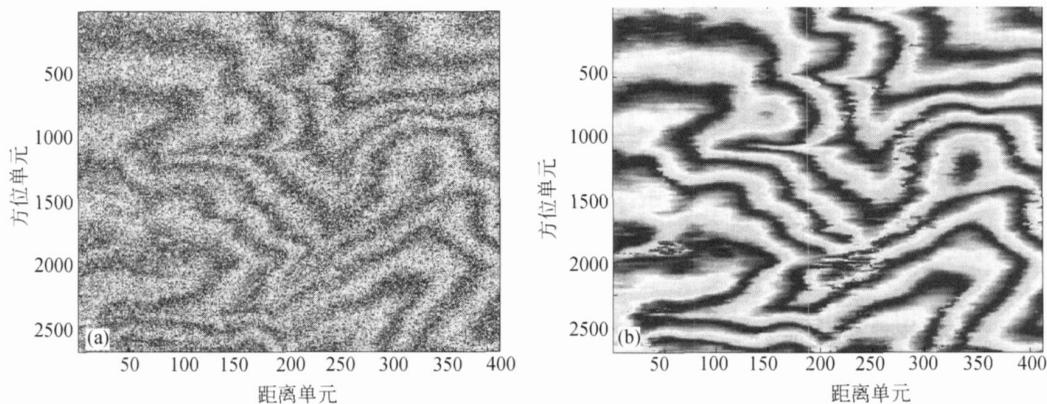


图 12 ERSI/2 实测数据的处理结果(河北张义地区)  
(a) 直接计算的干涉相位图; (b) 本文方法估计的干涉相位图

由实测数据的处理结果可以看出, SAR 干涉图像对在未经过精确配准处理时, 本文方法有自适应配准作用, 能够获得满意的干涉相位估计结果.

### 4 结论

本文提出了一种基于广义导向矢量模型的子空间投影的干涉相位估计方法. 该方法构造最优联合观测矢量和广义导向矢量, 同时利用了相邻像素的信息, 并且利用包含干涉相位的信号子空间中的向量(由广义导向矢量和相关函数矩阵的大特征向量的 Hadamard 积所构成)向噪声子空间投影, 因此能在存在配准误差的情况下准确的估计干涉相位, 具有自适应图像配准和降噪滤波的功能, 因而可以在 SAR 图像配准精度较差(可以允许达到一个分辨单元)的情况下得到准确的干涉相位估计结果. 文中同时给出了计算干涉相位的快速算法, 大大降低了本文算法的计算量. 仿真和实测数据的处理结果证明了本文方法的有效性.

#### 附 录

#### 计算干涉相位的快速算法

当  $U, K, W$  为复向量时, 有下式成立:

$$\begin{aligned}
 J_c &= \mathbf{ja}^H(\varphi_i) [(\hat{\beta}_{rjs}^{(5)} \hat{\beta}_{rjs}^{(5)H}) \odot (\hat{\beta}_{rjs}^{(1)*} (\hat{\beta}_{rjs}^{(1)*})^H)] \mathbf{ja}(\varphi_i) = \\
 & \mathbf{ja}^H(\varphi_i) \mathbf{B} \mathbf{ja}(\varphi_i) = \\
 & \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\varphi_i} \\ e^{-j\varphi_i} \\ e^{-j\varphi_i} \\ e^{j\varphi_i} \end{bmatrix} = \\
 & b_{11} + \sum_{m=2}^5 \sum_{n=2}^5 b_{mn} + \left( \sum_{n=2}^5 b_{1n} \right) e^{-j\varphi_i} + \left( \sum_{n=2}^5 b_{n1} \right) e^{j\varphi_i} = \\
 & b_{11} + \sum_{m=2}^5 \sum_{n=2}^5 b_{mn} + \left[ \left( \sum_{n=2}^5 b_{1n} \right) e^{j\varphi_i} \right]^* + \left( \sum_{n=2}^5 b_{n1} \right) e^{j\varphi_i} = \\
 & b_{11} + \sum_{m=2}^5 \sum_{n=2}^5 b_{mn} + \left[ \left| \sum_{n=2}^5 b_{1n} \right| e^{j\mu} \cdot e^{j\varphi_i} \right]^* + \left| \sum_{n=2}^5 b_{1n} \right| e^{j\mu} \cdot e^{j\varphi_i} = \\
 & b_{11} + \sum_{m=2}^5 \sum_{n=2}^5 b_{mn} + 2 \left| \sum_{n=2}^5 b_{1n} \right| \cos(\mu + \varphi_i) \tag{A.3}
 \end{aligned}$$

由式 A.3 可见, 当  $\mu + \varphi_i = -\pi + 2k\pi$  ( $k$  为整数) 即  $\varphi_i = -\pi + 2k\pi - \mu$  ( $k$  为整数) 时, 上式取得最小值. 又因为  $\varphi_i$  为干涉相位, 其取值范围为  $(-\pi < \varphi_i < \pi)$ , 所以

$$\varphi_i = \begin{cases} -\pi - \mu & (\mu < 0) \\ -\pi & (\mu = 0) \\ \pi - \mu & (\mu > 0) \end{cases} \tag{A.4}$$

$$(U \odot V)^H W \cdot W^H (U \odot V) = U^H [(W \cdot W^H) \odot (V^* \cdot (V^*)^H)] U \tag{A.1}$$

则(17)式可表示成下式:

$$\begin{aligned}
 J_c &= (\mathbf{ja}(\varphi_i) \odot \hat{\beta}_{rjs}^{(1)})^H \hat{\beta}_{rjs}^{(5)} \hat{\beta}_{rjs}^{(5)H} (\mathbf{ja}(\varphi_i) \odot \hat{\beta}_{rjs}^{(1)}) = \\
 & \mathbf{ja}^H(\varphi_i) [(\hat{\beta}_{rjs}^{(5)} \hat{\beta}_{rjs}^{(5)H}) \odot (\hat{\beta}_{rjs}^{(1)*} (\hat{\beta}_{rjs}^{(1)*})^H)] \mathbf{ja}(\varphi_i) \tag{A.2}
 \end{aligned}$$

令

$$\mathbf{B} = (\hat{\beta}_{rjs}^{(5)} \hat{\beta}_{rjs}^{(5)H}) \odot (\hat{\beta}_{rjs}^{(1)*} (\hat{\beta}_{rjs}^{(1)*})^H) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} \end{bmatrix},$$

则  $\mathbf{B}$  为 Hermitian 矩阵, 即  $b_{mn}^* = b_{n1}$  ( $n = 2, 3, 4, 5$ ), 因此,

$$\left( \sum_{n=2}^5 b_{1n} \right)^* = \sum_{n=2}^5 b_{n1}. \text{ 令 } \sum_{n=2}^5 b_{1n} = \left| \sum_{n=2}^5 b_{1n} \right| e^{j\mu} \quad (-\pi < \mu < \pi) \text{ 其}$$

$$\text{中 } \mu = \text{angle} \left( \sum_{n=2}^5 b_{1n} \right)$$

则(A.2)式可进一步表示为:

## 参 考 文 献

- 1 Rosen PA, Hensley S, Joughin IR, et al. Synthetic aperture radar interferometry. In: Proceedings of the IEEE, 2000, 88(3): 333—382
- 2 Li F, Goldstein. Studies of multibaseline spaceborne interferometric synthetic aperture radars. IEEE Trans On GRS, 1990, 28: 88—97
- 3 Goldstein RM, Zebker HA, Werner CL. Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping. Radio Sci, 1988, 23(4): 713—720
- 4 Xu W, Cumming I. A region-growing algorithm for InSAR phase unwrapping. IEEE Trans On GRS, 1999, 37(1): 124—134
- 5 Pritt MD, Shipman JS. Least-squares two-dimensional phase unwrapping using FFT's. IEEE Trans On GRS, 1994, 32(3): 706—708
- 6 Eichel PH, Ghiglia DC. Spotlight SAR interferometry for terrain elevation mapping and interferometric change detection. Sandia National Labs Tech Report, SAND93, December 1993, 2539—2546
- 7 Lanari R, Fomaro G. Generation of digital elevation models by using SIR-C/X-SAR multifrequency two-pass interferometry: The etna case study. IEEE Trans On GRS, 1996, 34(5): 1097—1114
- 8 Lee JS, Papathanassiou Konstantinos P. A new technique for noise filtering of SAR interferometric phase images. IEEE Trans On GRS, 1998, 36(5): 1456—1465
- 9 Li ZF, Bao Z, Li H, et al. Image auto-Registration and InSAR interferogram estimation using joint subspace Projection. IEEE Trans On GRS, 2006, 44(2): 288—297
- 10 李海, 李真芳, 廖桂生, 等. InSAR 干涉相位图生成的图像配准自补偿方法. 中国科学, E 辑, 2006, 36(2): 191—201
- 11 Lombardini F, Montanari M, Gini Fulvio. Reflectivity estimation for multibaseline interferometric radar imaging of layover extended sources. IEEE Trans. On SP, 2003, 51(6): 1508—1519
- 12 李真芳, 保铮, 杨凤凤. 基于成像的分布式卫星 SAR 系统地面运动目标检测(GMTI)及定位技术. 中国科学, E 辑, 2005, 35(6): 597—609
- 13 Lombardini F. Absolute phase retrieval in a three-element Synthetic aperture radar interferometer. In: Proceedings of the CIE International Conference of Radar, Beijing, China, 1996, 309—312